

情境二 资金时间价值

【情境引例】

小张的朋友小王准备购买一套婚房，向小张借款 10 万元，答应 5 年后连本带利归还 12 万元，在银行年利率为 5% 的情况下，小张能答应他吗？另外小张想买一辆小汽车，销货方给出的条件是现在立即付款需付 18 万元，如果分次付款，可在今后的 5 年内每年年末付款 4.1 万，在银行年利率为 5% 的情况下，小张选择哪种方式付款更有利呢？学完本情境，你将能毫不费力地回答这两个问题。

【知识准备】

一、资金时间价值的含义【视频——07010201】

“时间就是金钱”是对资金时间价值的最好解读。你更愿意得到现在的 100 元还是 5 年后 100 元，毫无疑问你肯定会选择现在的 100 元。因为现在的 100 元无论是选择存在银行或是作其他投资，5 年后的价值肯定会超过 100 元，这其中就隐含财务管理的一个非常重要的基本观念——资金时间价值。

资金时间价值 (time value of money)，是资金经历一定时间的投资和再投资所增加的价值。资金的时间价值来源于资金进入社会再生产过程后的价值增值。通常情况下，它相当于没有风险也没有通货膨胀情况下的社会平均利润率，是利润平均化规律发生作用的结果。

根据资金具有时间价值的理论，可以将某一时点的资金金额折算为其他时点的金额。

二、现值和终值的含义

由于资金具有时间价值，所以不同时间的货币收支不宜直接进行比较，需把它们换算到相同的时间点上，然后才能进行大小比较的计算。在将不同时期的货币收支换算到相同时间点的过程中，涉及到两个非常重要的概念，那就是终值和现值。

终值 (future value) 又称将来值，是现在一定量的资金折算到未来某一时点所对应的金额，俗称本利和。

现值 (present value) 又称本金，是指未来某一时点上的一定量资金折算到现在所对应的金额。

现值和终值是一定量资金在前后两个不同时点上对应的价值，其差额即为资金的时间价值。利率视为资金时间价值的一种具体表现；现值和终值对应的时点之间可以划分为若干期，相当于计息期。

为计算方便，本情境假定有关字母的含义如下：

I——利息；

F——终值；

P——现值；

i——利率（折现率）；

n——计算利息的期数



股份有限公司

股份有限公司是公司的组织形式之一，是指由一定人数以上的股东所发起、组织，全部资本划分为若干等额股份，股东就其所认购股份对公司负有限责任，股票一般可以在社会上公开发行和自由转让的公司。

小博士

【职业判断与业务操作】

一、计算单利终值和现值 【公式——07010201】

单利是指按照固定的本金计算利息，而利息部分不再计算利息的一种方式。

(一) 单利终值

$$F=P \times (1+n \times i)$$

例 1. 小张将 1 万元存入银行，年利率 5%，单利计息，5 年后的终值是多少？。

解答： $F=P \times (1+n \times i)=10000 \times (1+5 \times 5\%)=12500$ （元）

(二) 单利现值

$$P=F / (1+n \times i)$$

例 2. 小张为了 5 年后能从银行取出 1 万元，在年利率 5%、单利计息的情况下，目前应存入银行的金额是多少？

解答： $P=F / (1+n \times i)=10000 / (1+5 \times 5\%)=8000$ （元）

可见，单利的终值和单利的现值互为逆运算。

目前，我国银行存款利息、债券等的计息都是按照单利方式进行的。但在企业财务决策中，资金的时间价值的计算一般采用复利的计算方法。



想一想

我国银行存款利息一般按照单利方式计算，而企业财务决策中的资金一般都采用复利方式计算，请问这是为什么？

银行存款和政府债券虽然按照单利计算，其实已经包含了复利。

二、计算复利的终值和现值 【公式——07010202】

复利是指每经过一个计息期，要将所生的利息加入本金再计算利息，逐期滚动计算，俗称“利滚利”。这时所说的计息期，是指相邻两次计息的间隔，如年、月、日等。除非特别说明，计息期一般为年。

(一) 复利终值 (compound amount)

复利终值是指现在的一定资金在将来某一时点按照复利方式下计算的本利和。

$$F=P \times (1+i)^n$$

上式是计算复利终值的一般公式，其中的 $(1+i)^n$ 被称为复利终值系数或 1 元的复利终值，用符号 $(F/P, i, n)$ 表示。例如， $(F/P, 6\%, 3)$ 表示利率为 6% 的 3 年期复利终值的系数。为了便于计算，可查阅“复利终值系数表”（见本书附表一）【系数——07010201】。

该表的第一行是利率 i ，第一列是计息期数 n ，相应的 $(1+i)^n$ 值在其纵横相交处。通过该表可查出， $(F/P, 6\%, 3)=1.1910$ 。在时间价值为 6% 的情况下，现在的 1 元和 3 年后的 1.1910 元在经济上是等效的，根据这个系数可以把现值换算成终值。

该表的作用不仅在于已知 i 和 n 时查找 1 元的复利终值，而且可在已知 1 元复利终值和 n 时查找 i ，或已知 1 元复利终值和 i 时查找 n 。

例 3. 小张将 10 万元作为本金做某一项生意，如果每年的获利率能达到 10%，小张每年将获利的资金继续投入做生意，求 5 年后的小张手中的资金会有多少？

解答： $F = P \times (1+i)^n = 100000 \times 1.6105 = 161050$ （元）

（二）复利现值（compound interest present value）

复利现值是复利终值的对称概念，指未来一定时间的特定资金按复利计算的现在价值，或者说是为取得将来一定本利和现在所需要的本金。

$$P = \frac{F}{(1+i)^n} = F \times (1+i)^{-n}$$

上式中的 $(1+i)^{-n}$ 是把终值折算为现值的系数，称为复利现值系数，或称作 1 元的复利现值，用符号 $(P/F, i, n)$ 来表示。例如， $(P/F, 10\%, 5)$ 表示利率为 10% 时 5 期的复利现值系数。为了便于计算，可查阅“复利现值系数表”（见本书附表二）【系数——07010202】。该表的使用方法与“复利终值系数表”相同。

前述情境引例中的第一个问题即为复利现值的问题，小张只要算出 5 年后的 12 万在年利率为 5% 的情况下相当于现在多少钱，就可以决定是否借出。 $P = 12 \times (P/F, 5\%, 5) = 12 \times 0.7835 = 9.402$ 万元，小于他目前借出的钱，所以，不应借出。

例 4. 小张为了 5 年后手中有 10 万元资金，现在开始做某一项生意，如果每年的获利率能达到 10%，每年将获利的资金继续投入做生意，现在要投入多少？

解答： $P = \frac{F}{(1+i)^n} = F \times (1+i)^{-n} = 100000 \times 0.6209 = 62090$ （元）

可见：（1）复利终值和复利现值互为逆运算；

（2）复利终值系数 $(1+i)^n$ 和复利现值系数 $(1+i)^{-n}$ 互为倒数。

【案例——07010201】



想一想

复利终值和现值的计算，关键是计息期和利息率，在企业实际工作中有三种常用的表示方法，请问是哪三种表示方法？

日/万分比、月/千分比、年/百分比。

三、计算年金终值和年金现值

单利与复利属于一次性收付款项，即单期现金流量，在现实经济生活中还有很多系列收付款项的例子，如分期付款赊购、分期偿还贷款、每年收取房租等。这些属于多期现金流。年金就是最常见的多期现金流。

年金（annuity）是指等额、定期的系列收支。例如，每年相同的房屋租金等，每期归还相同的房贷等都属于年金收付形式。上述情境引例中的第2个问题即是关于年金的问题。

年金包括普通年金（后付年金）、即付年金（先付年金）、递延年金、永续年金等形式。普通年金和即付年金是年金的基本形式，都是从第一期开始发生等额收付，两者的区别是普通年金发生在期末，而即付年金发生在期初。递延年金和永续年金是派生出来的年金。递延年金是从第二期或第二期以后才发生，而永续年金的收付期趋向于无穷。

在年金中，系列等额收付的间隔期间只需要满足“相等”的条件即可，间隔期间可以不是一年，例如每季末等额支付的债券利息也是年金。

（一）计算普通年金终值

普通年金终值是指最后一次支付时的本利和，它是每次支付的复利终值之和。

例如：假设年利率为10%，下图在第一期末的100元，应赚得两期的利息，因此，到第三期末其值为121元；在第二期末的100元，应赚得一期的利息，因此，到第三期末其值为110元；第三期末的100元，没有计息，其价值是100元。整个年金终值331元。

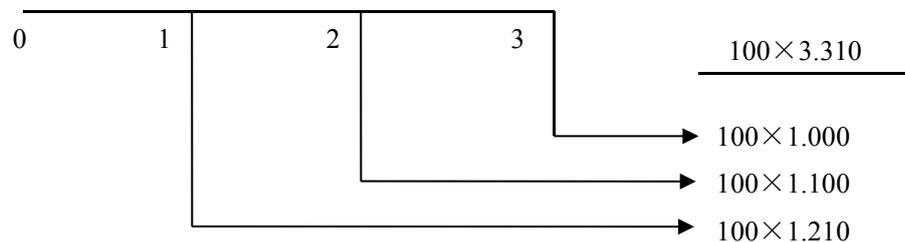


图 1-3 普通年金的终值

根据复利终值的方法计算年金终值的公式为：

$$F=A+A(1+i)+A(1+i)^2+A(1+i)^3+\cdots+A(1+i)^{n-1}$$

$$F=A \times \frac{(1+i)^n-1}{i}=A \times (F/A, i, n)$$

式中， $\frac{(1+i)^n-1}{i}$ 称为“年金终值系数”，记作 $(F/A, i, n)$ ，可直接查阅“年金终值系数

表”，见本书附表三。【系数——07010203】

例 5. 小张自 2009 年 12 月底开始，每年资助一名贫困大学 5000 元以帮助这名学生完成学业，假设每年定期存款利率都是 5%，则小张捐助的钱在四年后即 2013 年底相当于多少钱？

解答： $F_A=A \times [(1+i)^n-1]/i=5000 \times [(1+5\%)^4-1]/5\%=21550.50$ （元）

或者 $F_A=5000 \times (F/A, 5\%, 4) = 5000 \times 4.3101 = 21550.50$ (元)

(二) 计算年偿债基金

偿债基金是指为了在约定的未来某一点清偿某笔债务或积聚一定数额的资金而必须分次等额形成的存款准备金。也就是为使年金终值达到既定金额的年金数额(即已知终值 F , 求年金 A)。在普通年金终值公式中解出 A , 这个 A 就是偿债基金。

$$A = F \times \frac{i}{(1+i)^n - 1}$$

式中, $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 称为“偿债基金系数”, 记作 $(A/F, i, n)$

例 6. 小张拟在 5 年后还清 10000 元债务, 从现在起每年末等额存入银行一笔款项。假设银行利率为 5%, 则每年需要存入多少元?

解答: 根据公式

$$A = F \times \frac{i}{(1+i)^n - 1} = 10000 \times (A/F, i, n) = 10000 \times 5.5256^{-1} = 1809.76 \text{ (元)}$$

可见:

(1) 偿债基金和普通年金终值互为逆运算;

(2) 偿债基金系数 $\frac{i}{(1+i)^n - 1}$ 和普通年金终值系数 $\frac{(1+i)^n - 1}{i}$ 互为倒数。

(三) 计算普通年金现值

普通年金现值是指为在每期期末取得相等金额的款项现在需要投入的金额。

某人出国 3 年, 请你代付保险费, 每年保险费 100 元, 设银行存款利率为 10%, 他应当现在给你在银行存入多少钱?

这个问题可以表述为: 请计算 $i=10\%$, $n=3$, $A=100$ 元的年终付款的现在等效值是多少?

设年金现值为 P , 则见下图:

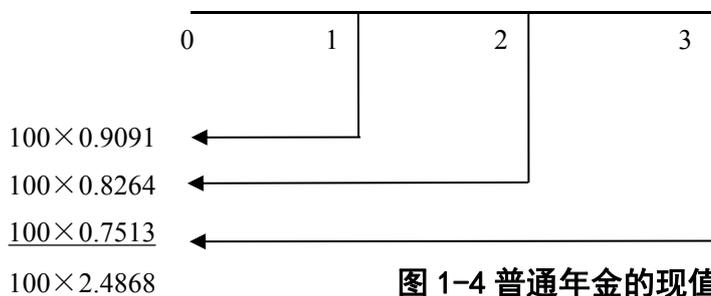


图 1-4 普通年金的现值

$$\begin{aligned} P &= 100 \times (1+10\%)^{-1} + 100 \times (1+10\%)^{-2} + 100 \times (1+10\%)^{-3} \\ &= 100 \times 0.9091 + 100 \times 0.8264 + 100 \times 0.7513 \\ &= 100 \times (0.9091 + 0.8264 + 0.7513) \\ &= 100 \times 2.4868 = 248.68 \text{ (元)} \end{aligned}$$

计算普通年金现值的一般公式： $P=A(1+i)^{-1}+A(1+i)^{-2}+\cdots+A(1+i)^{-n}$

$$P=A \times \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}=A(P/A, i, n)$$

式中， $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ 称为“年金现值系数”，记作 $(P/A, i, n)$ ，可直接查阅“年金

现值系数表”，见本书附表四。【系数——07010204】

前述情境引例中的小张买汽车的问题，即是一个年金现值的问题。 $P=4.1 \times (P/A, 5\%, 5)=4.1 \times 4.3259=17.74$ 万元，在今后的 5 年内每年年末付款 4.1 万，在银行年利率为 5% 的情况下，相当于现在的 17.74 万元，而现在立即付款，则要付 18 万元，所以小张还是选择第二种方案，即每年末支付 4.1 万。

例 7. 丽青公司拟投资于 A 项目，投资额 400 万元，设当年投产，从投产之日起 10 年内每年可得收益 50 万元。公司要求的最低投资报酬率为 6%，问这项投资是否有必要？

解答：先计算预期 10 年收益的现值，然后和现在的投资额进行比较，如果超过投资额，则可以投资。

$$P=500000 \times \left\{ \frac{1-(1+6\%)^{-10}}{6\%} \right\} = 500000 \times (P/A, 6\%, 10) \\ = 500000 \times 7.3601 = 3,680,050 \text{ (元)}$$

由于未来 10 年的预期收益的现值 3,680,050 元，小于现在的投资额 4000000 元，所以该项投资没有必要。



想一想

同一个项目等额收付款项，用复利计算该项目的终值或现值和用年金计算该项目的终值或现值，请问其计算结果相同吗？

相同。

(四) 计算年资本回收额

年资本回收额是指在约定年限内等额回收初始投入资本或清偿所欠债务的金额。年资本回收额的计算实际上是已知普通年金现值 P ，求年金 A 。

$$A=P \times \frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$$

式中， $\frac{i}{1-(1+i)^{-n}}$ 称为“资本回收系数”，记作 $(A/P, i, n)$

贷款等额归还本息实际就是已知现值求年金的问题

例 8. 小陈近期看中一套总价为 30 万元的房子，他准备首付 20 万，其余 10 万向银行贷款，分 10 年每月等额还贷，银行贷款的年利率为 5.31%，小陈的月收入为 1500 元左右，月基本生活费大约需 600 元，问小陈的这项贷款计划可行

吗？

解答：银行贷款年利率 5.31%，则月利率为 0.4425%，

$$A = 100000 \times \frac{0.4425\%}{1 - (1 + 0.4425\%)^{-120}} = 1075.87 \text{ (元)}, \text{ 小陈每月需归还 } 1075.87$$

元，而小陈扣除基本生活费后的收入仅有 900 元，如果勉强贷款肯定会影响他的生活质量，所以这项贷款计划不可行。

结论：(1) 资本回收额与普通年金现值互为逆运算；

(2) 资本回收系数与普通年金现值系数互为倒数。

(五) 计算即付年金终值

即付年金 (annuity due) 是指在每期期初支付的年金，又称预付年金或先付年金。预付年金支付形式见图 1—5 所示：

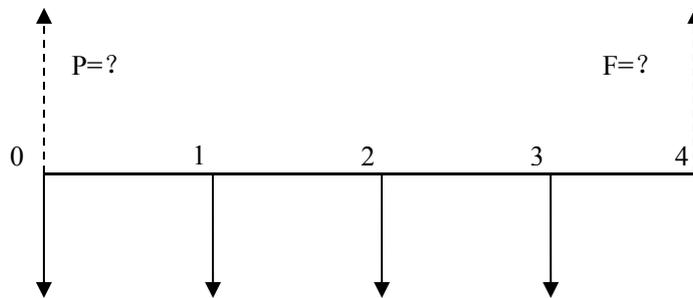


图 1-5 预付年金的终值和现值

即付年金终值是指把即付年金每个等额 A 都换算成第 n 期期末的数值，再来求和。

即付年金终值的计算公式为：

$$F = A(1+i) + A(1+i)^2 + A(1+i)^3 + A(1+i)^4 + \dots + A(1+i)^n$$

$$F = A \left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$$

$$\text{或 } F = A [(F/A, i, n+1) - 1]$$

式中的 $\left[\frac{(1+i)^{n+1} - 1}{i} - 1 \right]$ 是预付年金终值系数，或称 1 元的预付年金终值。

它和普通年金终值系数 $\left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$ 相比，期数加 1，而系数减 1，可记作 $[(F/A, i, n+1) - 1]$ ，并可利用“年金终值系数表”查得 (n+1) 期的值，减去 1 后得出 1 元预付年金终值。

例 9. 张明为给儿子上大学准备资金，连续 5 年于每年年初存入银行 5000 元。若银行存款利率为 5%，则王先生在第 5 年末能一次取出本利和多少钱？

$$F = 5000 \times [(F/A, 5\%, 6) - 1]$$

$$= 5000 \times (6.8019 - 1)$$

$$= 29009.50 \text{ (元)}$$

(六) 计算即付年金现值

即付年金的现值就是把即付年金每个等额的 A 都换算成第一期期初的数值, 再求和。即付年金现值的计算就是已知每期期初等额收付的年金 A, 求现值 P。

$$P=A+A(1+i)^{-1}+A(1+i)^{-2}+A(1+i)^{-3}+\cdots+A(1+i)^{-(n-1)}$$

$$P=A\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}+1\right]$$

式中的 $\left[\frac{1-(1+i)^{-(n-1)}}{i}+1\right]$ 是预付年金现值系数, 或称 1 元的预付年金现值。它和普通年金现值系数 $\left[\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}\right]$ 相比, 期数要减 1, 而系数要加 1, 可记作 $[(P/A, i, n-1)+1]$ 。

可利用“年金现值系数表”查得 $(n-1)$ 期的值, 然后加 1, 得出 1 元的预付年金现值。

例 10. 丽青公司欲购买一套设备, 当前市场价值 143 万元, 如果融资租赁每年年初支付 500000 元, 分 3 年付清。若银行利率为 6%, 则该公司是现在购买合算还是融资租赁合算?

解答:

$$\begin{aligned} P &= A \cdot [(P/A, i, n-1) + 1] \\ &= 500000 \times [(P/A, 6\%, 2) + 1] \\ &= 500000 \times (1.8334 + 1) \\ &= 1416700 \text{ (元)} \end{aligned}$$

由于当前购买价格 1430000 大于融资租赁的现值 1416700 元, 所以, 还是, 融资租赁比较合算。

(七) 计算递延年金终值

递延年金 (deferred annuity) 是指第一次支付发生在第二期或第二期以后的年金。递延年金的支付形式见图 1—6。从图 1—6 中可以看出, 前三期没有发生支付。一般用 m 表示递延期数, 本例的 $m=3$ 。第一次支付在第四期期末, 连续支付 4 次, 即 $n=4$ 。

递延年金终值的计算方法和普通年金终值类似:

$$m=3 \quad i=10\% \quad n=4$$

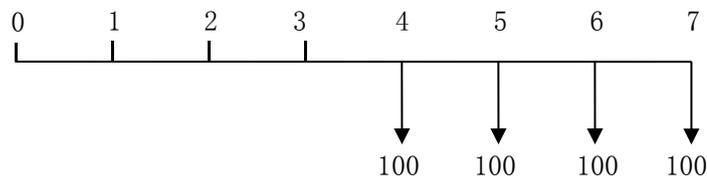


图 1-6 递延年金的支付形式

$$\begin{aligned} F &= A (F/A, i, n) = 100 \times (F/A, 10\%, 4) \\ &= 100 \times 4.641 \\ &= 464.10 \text{ (元)} \end{aligned}$$

递延年金的终值计算与普通年金的终值计算一样, 只是要注意期数。

$$F=A(F/A, i, n)$$

式中，“n”表示的是A的个数，与递延期无关。

例 11. 丽青公司拟购买一处办公房，开发商提出了两个付款方案：

方案一是现在起 10 年内每年末支付 100 万元；方案二是前 5 年不支付，第六年起至第 10 年每年末支付 250 万元。

假设按银行贷款利率 10% 复利计息，若采用终值方式比较，问哪一种付款方式对购买者有利？

解答：

方案一：

$$F=100 \times (F/A, 10\%, 10) = 100 \times 15.937 = 1593.70 \text{ (万元)}$$

方案二：

$$F=250 \times (F/A, 10\%, 5) = 250 \times 6.1051 = 1526.28 \text{ (万元)}$$

从上述计算可得出，采用第二种付款方式对丽青公司有利。

(八) 计算递延年金现值

递延年金现值的计算方法主要有两种：

计算方法一：

先将递延年金视为 n 期普通年金，求出在 m 期普通年金现值，然后再折算到第一期期初：

$$P_0 = A \times (P/A, i, n) \times (P/F, i, m)$$

式中，m 为递延期，n 为连续收支期数。

计算方法二：

先计算 m+n 期年金现值，再减去 m 期年金现值：

$$P_0 = A \times (P/A, i, m+n) - (P/A, i, m)$$

例 12. 丽青公司拟购置一处房产作为生产用房，房主提出两种付款方案：

(1) 从现在起，每年年初支付 30 万元，连续付 10 次，共 300 万元。

(2) 从第 5 年开始，每年年初支付 40 万元，连续支付 10 次，共 400 万元。

假设该公司最低报酬率为 8%，你认为该公司应选择哪个方案？

$$\begin{aligned} \text{解答：(1) } P &= 30 \times [(P/A, 8\%, 9) + 1] \\ &= 30 \times 7.2469 = 217.41 \text{ (万元)} \end{aligned}$$

$$(2) P = 40 \times [(P/A, 8\%, 9) + 1] \times (P/F, 8\%, 4) = 213.06 \text{ (万元)}$$

该公司应选择第二种方案。

(九) 计算永续年金的现值

永续年金 (perpetuity) 的现值可以看成是一个 n 无穷大后付年金的现值。永续年金现值计算如下：

$$P = A[1 - (1+i)^{-n}] / i$$

当 $n \rightarrow \infty$ 时, $(1+i)^{-n}$ 的极限为零

$$\text{故 } P=A / i$$

例 13. 徐先生想在某大学设立奖学金, 奖励那些家境贫困但成绩优秀的学生, 奖学金每年发放一次, 每次 100000 元。奖学金的基金保存在某银行。银行一年的定期存款利率为 5%。问徐先生要投资多少钱作为奖励基金?

解答: 由于每年都要拿出 100000 元, 因此奖学金的性质是一项永续年金, 其现值为:

$$100000 / 5\% = 2000000 \text{ (元)}$$

也就是说, 徐先生要存入 2000000 元作为基金, 才能保证这一奖学金的成功运行。



想一想

企业对资产管理的最低要求是保值, 请问从永续年金的现值角度分析, 你如何理解企业资产保值?

企业资产总值每年应获得不低于市场利率的盈利。

【授课计划与讲义——07010201】

【授课计划与讲义——07010202】

【视频——07010202】

【财务公司——07010201】

【财务英语词汇——B】